Opusc. P A - I . 770 -

Estr. dagli *Atti della Reale Accad. delle Scienze di Torino*, vol. 51, 1915-16.
Adunanza del 26 Dicembre 1915.

4819/770
BIBLIOTECA DELLE FACOLTA' DI LETTERE E FILOSOFIA * TORINO
82922

L'esecuzione tipografica delle formule matematiche.

Nota del Socio G. PEANO.

Gli autori di libri e di memorie di matematica, in generale reputano che, due notazioni equivalenti, ed egualmente facili a scriversi sulla carta, siano anche egualmente facili a riprodursi in tipografia. Invece chi conosce l'arte tipografica, sa che alcune notazioni esigono molto più lavoro di altre.

L'operaio tipografo cerca di riprodurre le formule del manoscritto, il più fedelmente possibile, servendosi del materiale tipografico a sua disposizione, ma non può riprodurre il manoscritto. In conseguenza le formule complicate diventano di difficile lettura, e il prezzo della composizione sale inutilmente a cifre altissime. E tutto ciò a danno dell'autore, sia che egli debba pagare il prezzo della stampa, sia che il prezzo sia pagato da un editore o da una società scientifica, che meno volontieri pubblicherà un lavoro inutilmente costoso.

Perciò mi propongo di esporre alcune norme, seguendo le quali, le formule matematiche possono diventare più chiare e meno costose.

***

Una pagina tipografica è composta di moltissimi *caratteri*, che sono dei parallelepipedi rettangoli di metallo, su una cui faccia è inciso un segno.

Le dimensioni di ogni carattere sono misurate in *punti tipografici*, legati al metro dalla relazione 8 punti = 3 millimetri. I caratteri di una tipografia debbono avere rigorosamente la stessa *altezza*, o dimensione normale al foglio. Quelli d'una stessa linea hanno la stessa lunghezza, che misurata in *punti*, chiamasi *corpo*. Questo articolo è stampato in corpo 10. La larghezza

del carattere varia col segno inciso; è minima per la lettera " i „ massima per la " m „.

Il compositore tipografo, fissata la lunghezza della linea, dispone i caratteri d'uno stesso corpo, l'uno vicino all'altro, inclusi i *bianchi* fra le parole, finchè ve ne stanno, secondo le regole ortografiche; poi completa o *aggiusta* la linea con degli spazii fini, intercalati vicini ai grossi. E aggiunge linea a linea. Legata la pagina con uno spago, se tutte le operazioni furono fatte con cura, essa si comporta come un corpo rigido, che si può sollevare colla mano. In caso contrario, se le linee non sono ben aggiustate, nel maneggiare la pagina, questa si sfascia, e tutto il lavoro fatto è distrutto.

***

Le formule matematiche del tipo

$$a+b,\ a-b,\ a\times b,\ a=b,\ a>b,\ n!,\ \log x,\ \cos x,\ \operatorname{tang}(x+\pi),$$

che si possono eseguire con caratteri dello stesso corpo, disposti in fila, sono di composizione tanto facile quanto un testo qualunque; salvochè il compositore, oltre a prendere i caratteri nella cassa del carattere tondo, bisognerà che adoperi pure quella del corsivo, dei segni matematici, e del greco. La complicazione si presenta quando, invece della composizione unilineare, si debbano usare caratteri di corpo diverso, a disporsi in diverse linee, come avviene nelle frazioni, negli esponenti, negli indici, ecc.

***

Il rapporto di due numeri a e b è indicato nei varii libri, colle notazioni unilineari a/b, o $a:b$, o $a\div b$; e più comunemente colla notazione trilineare $\frac{a}{b}$. Per eseguire quest'ultima notazione, il compositore deve comporre tre linee, l'una pel numeratore, l'altra per la linea di frazione, e la terza pel denominatore. Il comporre quelle linee bianche che fissano il numeratore e denominatore in modo che la pagina non si sfasci, esige tanto lavoro, che nei lavori a cottimo, in cui l'operaio è pagato a tanto per linea, la frazione trilineare viene computata per

tre linee. Se sulla stessa linea sonvi altre frazioni, esse aggiungono una linea per frazione (*). Sicchè la formula

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

è computata per 5 linee, cioè il suo prezzo è 5 volte quello della formula egualmente chiara

$$1/2 - 1/3 = 1/6.$$

Quindi, se la composizione delle formule di un trattatello di aritmetica, in cui le frazioni hanno la forma unilineare a/b costa ad es. 100 lire, la composizione delle stesse frazioni sotto forma trilineare verrà a costare 400 lire di più, senza che nulla sia aggiunto alla chiarezza del libro.

Quando poi la frazione è alla sua volta il numeratore o denominatore di altra frazione, o figura come esponente, o come indice, il numero delle linee, ed il prezzo di composizione, cresce vertiginosamente.

Perciò i trattati di matematica inglesi, libri notevoli per l'eleganza tipografica, onde semplificare le formule, usano spesso la notazione a/b. Questa notazione si trova, per esempio, in:

BASSET, *A treatise on hydrodynamics,* Cambridge 1888,
GRAY and MATHEWS, *A treatise on Bessel functions,* London, 1895,
PIERPONT, *Lectures on the theory of functions of real variables,* New York 1905,

e in tutti i libri che ho consultato.

La notazione $a:b$, invece di a/b, è meno diffusa; trovasi in Eulero, concorrente colla trilineare, onde semplificare le formule. Essa deriva da una confusione di notazioni. Euclide nel libro V prop. 5 definisce l'eguaglianza di due ragioni $a/b = c/d$; e nella prop. 6 definisce la proporzionalità fra quattro grandezze $a:b::c:d$. I due linguaggi si sono conservati fino agli ultimi tempi, e le differenti notazioni, esprimenti idee differenti, si trovano ancora in Legendre. Ma molti autori identificarono il segno di proporzionalità :: col segno di eguaglianza, ed al-

(*) Federazione italiana fra i lavoratori del libro, Sezione di Torino, Tariffe dicembre 1912.

lora $a:b$, che rappresentava la coppia dei due enti a e b, risultò identico ad a/b.

La notazione $a \div b$ si trova in Cayley, e pochi altri.

***

Per eseguire in tipografia la potenza a^m, presa la lettera a nella solita cassa di corpo 10, l'operaio prende poi la lettera m nella cassa di corpo 6 ovvero 5, e la fissa in alto della linea, mediante spazii al di sotto e laterali. Questa operazione dicesi *riporto*, o *parangonnage*, ed il suo lavoro è in tariffa stimato equivalente alla composizione di una linea. La stessa cosa avviene per gli indici a_m. Gli accenti, o minuti di $a'\,a''$ sono fusi sul corpo 10, e si compongono correntemente. In molte tipografie, gli esponenti più frequenti $^{1\,2\,3\,\ldots\,m,\,n}$ sono fusi sul corpo 10, e si compongono correntemente senza riporto. Col riporto si può comporre a_x^m; coi caratteri in corpo 10, essa assumerà la forma $a_x{}^m$. Il compianto professore Guccia, fondatore del Circolo matematico di Palermo, impiantò una tipografia matematica onde pubblicarne i Rendiconti. Egli fece fondere le lettere e segni che più spesso si presentano come esponenti ed indici, sul quadrato di corpo 5. Allora l'esponente di a^{m-n} ha la forma della `scrittura a macchina`, in cui tutte le lettere sono equidistanti. In tal modo, l'operazione del riporto è più facile.

***

Ma se l'esponente o indice ha alla sua volta esponenti, o indici, od è una frazione, o una espressione qualunque plurilineare, l'esecuzione tipografica diventa difficile. Non sono in uso corpi tipografici inferiori al 5, perchè i caratteri resulterebbero microscopici. Quindi nell'espressione a^{m^r}, le lettere m ed r sono necessariamente dello stesso corpo 5. E per attaccare la r alla m, col coltello o con altri strumenti, si taglia una parte del carattere della lettera r. Le lettere tagliate non servono più per una nuova composizione. Il taglio non si può eseguire colla precisione con cui le lettere sono fuse; perciò queste lettere oscillano nella pagina composta; la formula $a+b$ verificata nelle prove di stampa potrà risultare stampata $+\,a\,b$. Inoltre alcune volte quasi tutta la formula risulta composta nel

minutissimo corpo 5, di lettura faticosa. In una formula le varie lettere hanno eguale importanza, e non c'è ragione di renderne una parte meno visibile dell'altra.

*
* *

De Morgan nel 1845 adottò per la potenza un segno, che nel Formulario mathematico da me edito, ha la forma $a \upharpoonleft m = a^m$.

Il segno ↾ (leggi *elevato*) è la √ capovolta. Questo segno è usato nel Formulario suddetto solo in qualche formula, per poter esprimere la proprietà distributiva dell'↾ rispetto al $\times$, analoga alla distributività di $\times$ rispetto $+$. È ivi anche usato quando l'esponente è una formula lunga. Fu pure adottato in alcuni libri di matematica elementare.

Volendo semplificare le formule, senza introdurre il segno *elevato*, basta indicare con una lettera la parte complicata di una formula, specialmente se essa si presenta più volte.

*
* *

Per indicare le radici si può scrivere $\sqrt{}2$ o $\sqrt{2}$. Il tratto orizzontale sul radicando è del tutto inutile, ed esige una linea di composizione. Esso non esiste nei trattati inglesi già citati, e nemmeno nelle tavole logaritmiche del Köhler.

Il tratto orizzontale che prolunga il segno √ è un residuo del *vinculum* usato da Leibniz, Newton, ecc. per indicare le parti d'una formula, la quale indicazione da Eulero in poi è fatta colle parentesi, sicchè l'antica scrittura $a \times \overline{b + c}$ è diventata $a \times (b + c)$.

Alcune volte quel tratto orizzontale conserva la funzione di vincolo; sopprimendolo, bisognerà introdurre delle parentesi:

$$\sqrt{a + b} \quad \text{diventa} \quad \sqrt{}\,(a + b).$$

Anche la linea di frazione ha qualche volta la funzione di vincolo; quindi

$$\frac{a}{b + c} \quad \text{si scriverà} \quad a/(b + c).$$

Alcuni autori pongono dei tratti sopra certe lettere; è egualmente facile lo scrivere $\bar{l}$ o l'; ma la prima notazione importa una linea di più, che fissi a suo posto il tratto; se la

linea consta di 50 lettere, l'esecuzione tipografica di $\overline{l}$ costa 50 volte quella di l'. Parimenti il far stare un punto sopra una lettera, come $\dot{x}$ invece di Dx, importa una linea di composizione.

La composizione di parentesi tonde, quadre, graffe per corpo superiore al 10 costa 50 lire per 1000, mentre in corpo 10 la tariffa è di 59 centesimi per mille.

***

Alcuni autori vogliono i simboli Σ (somma), Π (prodotto), ∫ (integrale), in corpo maggiore del 10, il che importa la composizione di tre linee, oltre a quelle che contengono i limiti. La formula

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x \, dx = 1,$$

su 7 linee, dice quanto la formula

$$\mathrm{S}(\operatorname{sen}, 0 \,\text{⊢}\, \pi/2) = 1,$$

più conforme al linguaggio di Cavalieri e di Keplero. Il segno S in Leibniz, Eulero, ecc. è una *s* minuscola, come la lettera sua compagna *d*, che indica il differenziale. L'ingrandimento di queste lettere data dai tempi di Cauchy. Questi usò anche dei Σ nel cui interno è scritta la variabile rispetto alla quale cui si fa la somma; ma questa notazione difficile a eseguirsi in tipografia fu abbandonata.

La notazione di Raabe $\binom{m}{n}$ per indicare il numero delle combinazioni di m oggetti ad n ad n, può essere sostituita dalla unilineare $\mathrm{C}(m, n)$.

***

Un'altra difficoltà tipografica proviene dalla frequenza delle lettere. In ogni lingua le lettere dell'alfabeto si presentano con una frequenza accuratamente studiata dai fonditori di caratteri tipografici. Le lettere più frequenti in italiano sono le vocali, le meno frequenti sono *k*, *w*, *x*, *y*, *z*. In una cassa, in cui i caratteri sono in quantità proporzionale alla frequenza, quando un cassetto si vuota, anche gli altri sono sensibilmente vuoti.

La frequenza delle lettere usate in matematica è tutta diversa da quella della composizione comune, e purtroppo varia moltissimo da autore ad autore. Quindi se un autore indica colla lettera k una quantità che si presenta spesso nelle sue formule, vuoterà subito il cassettino dei k in molte casse tipografiche; e queste casse rimangono inservibili, cogli altri cassetti pieni, finchè la composizione non venga scomposta dopo la stampa. Egli così immobilizza un materiale tipografico molto maggiore di quello usato nella composizione del suo scritto.

Se poi l'autore adotta come lettere di uso frequente le maiuscole, le lettere greche, le lettere in grassetto, delle gotiche, e le usa come esponenti ed indici nei varii corpi tipografici, il materiale di qualunque grande tipografia non è sufficiente; si debbono far fondere le lettere necessarie, il cui prezzo sarà in qualche modo pagato dall'editore del libro, e indirettamente dall'autore.

***

Tutte le formule di matematica sono ridotte alla forma unilineare, e tutte le variabili sono rappresentate da lettere latine minuscole, nel mio Formulario mathematico, edizioni 2ª-5ª. Pur volendo conservare alle formule il loro aspetto abituale, l'autore può renderle meno irte di difficoltà, scegliendo fra le varie notazioni in uso, quella di esecuzione tipografica più facile, servendosi a questo scopo delle presenti indicazioni, o del consiglio di un tipografo; e così il suo lavoro, oltre a diventare di prezzo più accessibile, sarà anche più chiaro.

La spaziatura delle formule non presenta difficoltà tipografica; essa può aiutare la lettura. Le formule $a{+}b \;\times\; c$ e $a \;+\; b{\times}c$ suggeriscono le letture $(a+b)\times c$ e $a+(b\times c)$, la prima contraria, e la seconda conforme alle convenzioni algebriche. D'uso tipografico invalso è la spaziatura $a + b \times c$. Usando il segno $\times$ più piccolo del $+$, la lettura sarà più facile.

***

Il prof. Segre gentilmente mi comunica uno stampato di " The London Mathematical Society ", intitolato: *Suggestions for notation and printing*, ove si fanno raccomandazioni simili alle precedenti ; cioè la soppressione della sbarra prolungamento

della radice, perchè inutile; delle lettere con dei tratti o punti sopra, perchè si possono sostituire con accenti, o colla notazione differenziale; si consiglia l'uso di $n!$ invece di $\underline{|n}$.

Per le frazioni si consiglia l'uso della forma a/b negli esponenti, nella composizione corrente, conservando la forma trilineare nelle formule disgiunte. Le lettere che si debbono tagliare, per porle come indici di indici, diventano fragili, e scompaiono nella stampa.

Ivi è pure stampata una pagina di formule, in cui tutti gli spazii sono stampati; così è reso visibile l'enorme lavoro che deve fare il compositore per mettere questi spazi a posto; deve fare delle operazioni aritmetiche, addizioni, moltiplicazioni, divisioni, risolvere dei problemi di analisi indeterminata. Ma è meglio che gli scrittori di matematica passino in tipografia a vedere la composizione tipografica, e provino a comporre qualche formula matematica.

FACOLTA' DI LETTERE E FILOSOFIA TORINO

Vi si dice pure che le formule unilineari risparmiano spazio, e rispondono meglio all'eleganza tipografica. I tipografi fanno consistere l'eleganza nella regolarità, sicchè una faccia d'una pagina copra la posteriore vista per trasparenza. Ciò non è possibile colle formule plurilineari. Così, per stampare $\sqrt{2}$, bisognerà porre una interlinea di più fra questa linea e la precedente, il che produce un maggior spazio bianco; e se la pagina è completa, si dovrà togliere l'interlinea fra altre due linee consecutive, che si vedranno più vicine; il che è antiestetico (*). Questa deformità non c'è più, se la formula è disgiunta; essa viene composta sopra un numero intero di linee tipografiche. Perciò la Società di Londra raccomanda quelle notazioni per le ragioni del minor costo tipografico, maggior chiarezza delle formule, ed eleganza tipografica.

(*) Qui manca appositamente l'interlinea.